2018

MATERIAL DE APOYO

ÁREA: Matemática

PROGRAMA ARTICULATORIO

Ecuaciones

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones que se denominan miembros de la misma.

Por ejemplo: $x + 3 = 10$

1er. miembro: $x + 3$

2do. miembro: 10

Incógnita: x

Una ecuación que solo se verifique para ciertos valores de las incógnitas, recibe generalmente el nombre de ***ecuación*** (el ejemplo anterior).

En cambio, una ecuación que se verifica para todos los valores de las incógnitas, recibe el nombre de ***identidad***.

Por ejemplo: x

$^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$ se verifica para todos los valores de x e y.

19. ***Anota el nombre de esa identidad***

Soluciones de una ecuación son los valores de las incógnitas que transforman la ecuación en identidad, es decir igualan ambos miembros.

Por ejemplo: $x = 7$ es solución de la ecuación $x + 3 = 10$.

Para resolver una ecuación se debe tener en cuenta lo siguiente:

a) Si se suman o se restan miembro a miembro varias igualdades, se obtiene otra igualdad.

Te proponemos:

a) *que resuelvas ecuaciones de primer grado.*

b) *que resuelvas situaciones problemáticas.*

Actividades de aprendizaje

66. Plantea la ecuación que te permita resolver la actividad propuesta al principio del material (cuadro pág. 12).

67. Un criadero de pollos ubicado en la zona de Marcos Paz contrata para realizar un trabajo en 30 días. Acuerdan que a cada albañil se le pagará \$ 250 por día trabajado y se le descontará \$50 por cada día que no fuese a trabajar.

Mario cobró \$ 0.

¿Cuántos días trabajó y cuántos días no se presentó al trabajo?

Si pudiste plantear la ecuación, intenta resolverla.

Si no pudiste plantear o resolver la ecuación, te damos las herramientas para hacerlo.

Lee el siguiente párrafo extraído de **SIGMA, "El Mundo de las Matemáticas"** *de James Newman que te ayudará a entender que significa plantear una ecuación.*

" El planteo de ecuaciones es como la traducción de un lenguaje a otro. Esta comparación, usada por Newton en su ***Arithmetica Universalis***, puede ayudar a aclarar la naturaleza de ciertas dificultades con que a menudo se encuentran tanto los estudiantes como los profesores.

1. Plantear una ecuación significa expresar en símbolos matemáticos una condición formulada con palabras. Es una traducción de un lenguaje corriente al lenguaje de las

fórmulas matemáticas. Las dificultades que podemos tener al plantear ecuaciones son dificultades de traducción.

2. Para traducir una frase del inglés al francés se necesitan dos cosas.

   Tenemos que comprender primero totalmente la frase inglesa. Segundo, hemos de estar familiarizados con las formas de expresión peculiares de la lengua francesa. La situación es muy semejante, cuándo tratamos de expresar en símbolos matemáticos una condición propuesta en palabras. En primer lugar, hemos de comprender totalmente la condición. En segundo lugar, hemos de estar familiarizados con las formas de expresión matemática.

   Es relativamente fácil traducir una frase inglesa en francés si puede traducirse palabra por palabra. Pero hay modismos ingleses que no pueden traducirse palabra por palabra en francés. Si nuestra frase contiene estos modismos, la traducción resulta difícil. Hemos de prestar menos atención a las palabras individuales, y más atención al significado total. Antes de traducir la frase hemos de reordenarla.

   Sucede de una forma muy parecida en el planteo de ecuaciones. En los casos difíciles, la expresión verbal se divide casi automáticamente en partes sucesivas, cada una de las cuales puede escribirse en seguida con símbolos matemáticos. En los casos más difíciles, la condición tiene partes que no pueden traducirse inmediatamente en símbolos matemáticos. En este caso hemos de prestar menos atención a la afirmación verbal, y concentrarnos más sobre su significado. Antes de empezar a escribir fórmulas, hemos de volver a ordenar la condición, teniendo a la vista mientras lo hacemos los recursos de la notación matemática...”

“Cómo resolverlo”
George Polya.

Vamos a ejercitar la resolución de ecuaciones sencillas.

Por ejemplo: $a_1)$ $x - 8 = 3$

$x = 3 + 8$ (Sumamos 8 a ambos miembros)

$x = 11$

$a_2)$ $x + 3 = 10$

$x = 10 - 3$ (Restamos 3 a ambos miembros)

$x = 7$

CONCLUSIÓN: Para trasponer un término de una ecuación de un miembro a otro, hay que cambiarle el signo.

b) Si se multiplica o se dividen miembro a miembro varias igualdades, se obtiene otra igualdad, siempre que no se divida por cero.

Por ejemplo: b$_1$) $\frac{1}{4}y = 2x^2$

$$y = 2x^2 .4$$

$$y = 8x^2$$

b$_2$) $V = I\,.R$

Si se dividen ambos miembros por $R \neq 0$, se obtiene: $\frac{V}{R} = I$

CONCLUSIÓN: Para trasponer factores (distintos de cero) de una ecuación de un miembro a otro, pasan como divisores y viceversa.

c) Si se elevan al mismo exponente los dos miembros de una igualdad se obtiene otra igualdad.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$(T)^2 = \left(2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\right)^2$$

$$(T)^2 = (2\pi)^2\left(\sqrt{\frac{l}{g}}\right)^2 \quad \rightarrow \quad T^2 = 4\pi^2\,\frac{l}{g}$$

d) Si se extrae la raíz enésima de los dos miembros de una igualdad se obtiene otra igualdad.

Por ejemplo: d$_1$) ***Si n es impar:***

$$x^3 = 125$$

$$x = \sqrt[3]{125}$$

$$x = 5$$

d$_2$) ***Si n es par:***

$$x^2 = 81$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{81} \quad \rightarrow \quad |x| = 9$$

Por ejemplo:

$\sqrt{2x-4} = 6$ Elevo ambos miembros al cuadrado.

$\left(\sqrt{2x-4}\right)^2 = (6)^2$

$2x - 4 = 36$ Traspongo el término -4

$2x = 36 + 4$ Traspongo el factor 2

$x = 40 : 2$

$x = 20$

e) Los recíprocos de los miembros de una igualdad dan lugar a otra igualdad, siempre que no tenga lugar la división por cero.

Por ejemplo: e1) $\frac{1}{x} = \frac{1}{10}$

Se tiene: $x = 10$

e2) $\frac{1}{R} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 . R_2}$

$$R = \frac{R_1 . R_2}{R_1 + R_2}$$

Recordamos propiedades:

UNIFORME:

Para la adición: $a = b$ entonces $a + c = b + c$

Si a ambos miembros de una igualdad se le suma un mismo número se obtiene otra igualdad.

Para la multiplicación: si $a = b$ entonces $a . c = b . c$

Si multiplicamos ambos miembros de una igualdad por un mismo número se obtiene otra igualdad.

Sobre la base de estas propiedades se demuestran las leyes cancelativas de la adición y la multiplicación.

- Para la adición: $a + c = b + c$ entonces $a = b$.
- Para la multiplicación, siendo $b \neq 0$ si $a \,.\, b = c \,.\, b$ entonces $a = c$.

Actividades de aprendizaje

68. Escribe de la misma forma la propiedad uniforme para la potenciación.

69. Escribe en forma simbólica las siguientes expresiones:

	Lenguaje coloquial	***Lenguaje simbólico***
a)	La edad de Mario	e
	La edad de Mario dentro de 3 años	…………………
	La edad de Mario hace 7 años	…………………
	El triple de la edad de Mario	…………………
	El doble de la edad de Mario aumentada en 100	…………………
	La mitad de la edad que tenía Mario hace 10 años	…………………
b)	El número de horas que funciona un motor en 1 día	h
	El número de horas que funciona ese motor en 15 días	…………………
	El número de horas que no funciona ese motor en l día	…………………
	El número de horas que no funciona ese motor en 1 mes	…………………
c)	Una superficie	S
	La tercera parte de la superficie.	…………………
	Lo que queda si se ocupo la cuarta parte de la superficie.	…………………
	Un cuarto de lo que queda si se ocupo un tercio de la superficie.	…………………

70. Hallar el valor de la incógnita, $x \in R$

a) $6x - 4 = 4x + 6$

b) $\frac{x}{2} = \frac{x}{6}$

c) $\frac{2}{3}\ (x+3) = \frac{1}{2}\ (x+8)$

d) $\frac{2x}{a} = b + c$

e) $\sqrt{x+3} = 1$

f) $3x^2 + 3 = 12$

g) $2x^2 - 12 = x^2 + 24$

h) $x^3 - 2x^2 = 0$

i) $(1-2x)^2 - 5 = 4$

j) $\frac{\sqrt[3]{x^2-1}}{2} + 0{,}2 = 1{,}2$

k) $(3x-1)^2 - 3x(3x-2) + 4 = -2(1-3x)$

l) $5 + (x+1)^2 = x(x-1)$

m) $-4 \,.\left(2x - \frac{1}{4}\right) + (x+4)^2 = 2\,.(x+7)\,.(x-7) + 34$

n) $325 = 2600\,.(1-0{,}5x)^3$

71. Si Manuel puede cosechar un sembrado en 5 horas y media y Sebastián puede hacerlo, el mismo sembrado, en 8 hs. ¿En qué tiempo pueden hacer el trabajo cosechando juntos?

20. ***Explica como lo resolviste***

72. Se consumió $1/4$ de la cantidad (o capacidad) de un remedio y luego la mitad de lo que quedó. Si aún quedan 15 ml., ¿qué capacidad tenía el frasco?
Interpreta en símbolos y resuelve.

73. El propietario de una veterinaria recibió hace dos meses una cierta cantidad de bolsas de alimento para perros, de las que vendió la mitad más dos. Durante el segundo mes las ventas bajaron. No obstante despachó la mitad de las que le quedaban. Así mismo devolvió 15 porque estaban en mal estado y aún le quedan 44. ¿De cuántas bolsas se componía la partida? Plantea la ecuación y resuelve.

74. Un hombre reparte un premio del siguiente modo: a su hijo mayor le da la mitad, al segundo la tercera parte de lo que queda, al tercero la sexta parte de lo que queda y al cuarto cien mil pesos. ¿Cuál es el valor del premio?

75. Un padre, para estimular a su hijo a que estudie matemática promete darle $ 30 por cada ejercicio bien resuelto pero, por cada uno que esté mal, el hijo le dará $ 20. Ya van por el ejercicio 26 y el muchacho recibe de su padre $ 380. ¿Cuántos ejercicios ha resuelto bien y cuántos mal?

76. Despeja la incógnita que se indica:

a) $V^2 = 2 \cdot g \cdot h$ — h y g

b) $e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ — b1) a

b2) t, si $v_0 = 0$

c) $a = \frac{V-v}{t}$ — V y v

d) $A = P + P \cdot r \cdot t$ — t y P

e) $S = \frac{1-2r}{1-r}$ — r

77. Hallar el valor de la incógnita, conocido el valor de las restantes:

a) $F = \frac{9}{5}C + 32$ $\quad F = 68$ $\quad$ Hallar el valor de *C*.

b) $\frac{1}{R} = \frac{R_1+R_2}{R_1 \cdot R_2}$ $\quad$ Si $R = 6 \quad R_1 = 15$ $\quad$ Hallar R_2

c) $Área\ del\ trapecio = \frac{B_1+B_2}{2} \cdot h$

Si $B_2 = 4{,}2\ m$ $\quad h = 7{,}5\ m \quad Área = 56{,}25\ m^2$

Calcular el valor de B_1.

78. Resuelve las siguientes ecuaciones usando notación científica:

a) $\dfrac{x\,.6\,.10^{14}\,.1{,}4\,.\,10^{7}}{7\,.\,10^{6}\,.\,2{,}5\,.\,10^{-34}} = 6\,.\,10^{23}$

b) $\dfrac{10^{x}\,.\,6\,.\,10^{34}}{10^{-4}\,.\,3\,.\,10^{-54}\,.\,2\,.\,10^{2}} = 10^{35}$

c) $\dfrac{3{,}4\,.\,10^{7}}{1{,}7\,.\,10^{6}}x = 2{,}3\,.\,10^{6} + 1{,}7\,.\,10^{5}$

d) $\dfrac{2{,}6\,.\,10^{15}}{2{,}08\,.\,10^{-4}}x + 3{,}2\,.\,10^{20} = (10^{-6}x - 6\,.\,10^{-6})\;2{,}5\;10^{25}$

La función lineal como modelizadora de situaciones de crecimiento uniforme

Ejemplo

Una represa cuya capacidad es de 1116 millones de litros de agua, tiene una filtración. Desde el primer día del mes pierde agua de manera uniforme, a razón de 18 millones de litros diarios, aproximadamente.

a) Se desea hallar la fórmula de la función que describe la cantidad de agua que permanece en la represa cada día. Graficar la función y analizar las primeras diferencias.

Calculamos el agua que hay en la represa después de 1, 2, 3, 4; ... días:

t		C(t)
0	$\longrightarrow$	1116
1	$\longrightarrow$	$1116 - 18$
2	$\longrightarrow$	$1116 - 18\,.\,2$
3	$\longrightarrow$	$1116 - 18\,.\,3$
4	$\longrightarrow$	$1116 - 18\,.\,4$
	…	

…

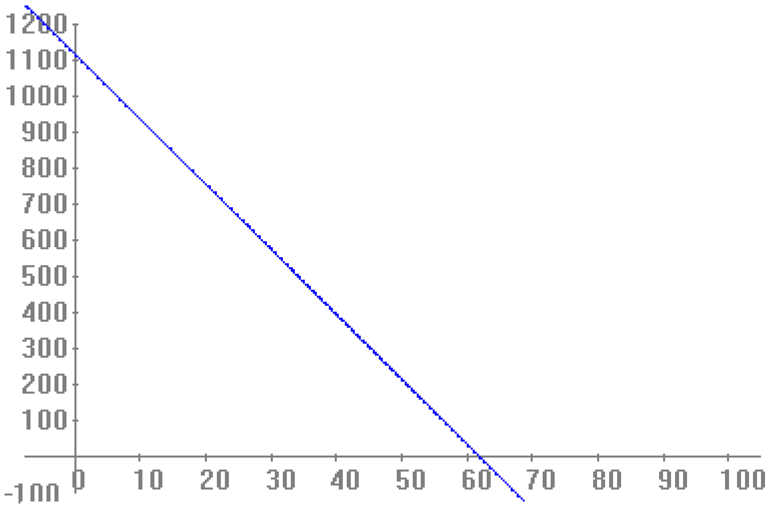
t $1116 - 18\,.\ t$

La fórmula que describe la cantidad de agua que queda en la represa después de t días es:

$$C(t) = 1116 - 18\,.\ t$$

Para graficar hacemos una tabla de valores y se representan los puntos de la tabla en un sistema de coordenadas cartesianas:

t	C(t)
0	1116
1	1098
2	1080
3	1062
4	1044



Como la pérdida es uniforme, en intervalos iguales de tiempo la represa pierde la misma cantidad de agua; por lo tanto, la gráfica de la función es una recta.

b) ¿En cuánto tiempo se podría vaciar la represa, en el caso de que no se solucione el problema de la pérdida de agua?

Significa que la cantidad de agua es nula, es decir tenemos que averiguar los valores de t para $C(t) = 0$

A estos valores se los conoce como ceros de la función

$$1116 - 18.t = 0 \rightarrow 1116 = 18.t \rightarrow 1116 : 18 = t \rightarrow 62 = t$$

La represa se podría vaciar a los 62 días, aproximadamente.

c) ¿En cuánto tiempo la represa tendría 70 millones de litros de agua?

Para saberlo, se hallan los valores de t tales que $C(t) = 70$, es decir se resuelve la ecuación:

$$1116 - 18.t = 70 \rightarrow 1116 = 70 + 18.t \rightarrow 1116 - 70 = 18.t \rightarrow 1046 =$$
$$= 18.t \rightarrow 1046 : 18 = t \rightarrow 58{,}1 = t$$

Muchas situaciones de la realidad tienen un comportamiento que permite describirlas utilizando una función lineal como modelo.

Una ***función lineal*** se expresa de la forma $f(x) = mx + b$ siendo m y b números reales.

En el ejemplo de la represa siendo $m = -18$ son los 18 millones de litros de agua que se pierden por día y $b = 1116$ ***son los 1116 millones del litros de agua de la represa cuando estaba llena.***

El dominio es el intervalo $[0, 62]$ y la imagen el intervalo $[0, 1116]$.

Observamos que cualquier punto (x_0, y_0) que pertenece a la recta de ecuación:

$$f(x) = mx + b$$

sus coordenadas verifican la ecuación $y_0 = m\, x_0 + b$ $y_0 = m\ x_0 + b$.

Si elegimos el valor $t = 3$, en la ecuación $C(t) = 1116 - 18.t$ podemos obtener

$C(3) = 1116 - 18\,.3 = 1116 - 54 = 1062$

Entonces podemos verificar que para el punto de coordenadas $(3,\ 1062)$, se cumple que $1062 = 1116 - 18.3$.

Si se considera una recta de ecuación $y = mx + b$ y se toman en ella dos puntos $P(x_1;\ y_1)$ y $Q(x_2;\ y_2)$ cualesquiera, se verifica $y_1 = m\,x_1 + b$ e $y_2 = m\,x_2 + b$

Por lo tanto, $$y_2 - y_1 = mx_2 + b - (mx_1 + b)$$

$$y_2 - y_1 = mx_2 + b - mx_1 - b$$

$$y_2 - y_1 = m\,(x_2 - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

21. ***Justifica los pasos realizados***

Si $x_2 \neq x_1$, resulta: $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m$

Al valor $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ se lo llama ***pendiente*** de la recta

En una recta se verifica, entonces, que la variación de ***y*** es proporcional a la variación de ***x***, siendo ***m*** la constante de proporcionalidad.

En particular, si: $\Delta x = 1$, se tiene que $\Delta y = m$, por lo tanto, ***m*** se puede interpretar como la cantidad que varía ***y*** cuando ***x*** aumenta una unidad.

En el caso de la represa, en la fórmula $C(t) = 1116 - 18.t$ es $m = -18$, esto significa que cada día que pasa, la represa pierde 18 millones de litros de agua.

Ejemplo:

Las escalas de temperatura centígrada y Farenheit cumplen las siguientes relaciones:

	Fusión hielo	Ebullición agua
°C	0	100
°F	32	212

Vamos a escribir en la forma $y = mx + b$ la ecuación de la función:

Temperatura **(°C) → *Temperatura* (°*F*)**

Llamamos a la variable independiente ***C*** (la temperatura centígrada) y a la variable dependiente ***F*** (la temperatura Farenheit). Se trata de una recta.

Como a $C = 0$ le corresponde $F = 32$, por lo tanto la ordenada al origen es $b = 32$. Por otro lado, cuando ***C*** aumenta de 0 a 100, ***F*** pasa de 32 a 212.

La pendiente es:

$$m = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = 1{,}8$$

Reemplazando en $y = mx + b$ obtenemos $F = 1{,}8C + 32$

Ejemplo:

Para el ganado ovino que se mantiene en temperaturas ambientales elevadas, la tasa respiratoria ***r*** (por minuto) aumenta al reducirse la longitud de la lana ***l*** (en centímetros). Supóngase que el ganado que tiene lana de 2 centímetros de largo tiene también una tasa respiratoria promedio de 160, y que en el que hay lana de 4 centímetros se tiene una tasa respiratoria de 125. Supóngase ***r*** y ***l*** tienen una relación lineal.

a) Obtenga una ecuación que dé como resultado a ***r*** en términos de ***l***.

Como la relación es lineal de la forma $y = mx + b$

Reemplazando las variables dependiente ***r*** e independiente ***l***.

$$\boldsymbol{r} = m\,\boldsymbol{l} + b$$

sabemos que la pendiente es $m = \dfrac{125 - 160}{4 - 2} = -17{,}5$ entonces nos queda:

$$\boldsymbol{r} = -17{,}5\,\boldsymbol{l} + b$$

Para hallar el valor de la ordenada al origen se reemplaza por cualquier correspondencia entre las variables.

$$160 = -17{,}5\,.\,2 + b$$

Despejando b $\quad b = 160 + 35$ se obtiene que $b = 195$

Por lo tanto: $\boldsymbol{r} = -17{,}5\,\boldsymbol{l} + 195$

Es posible verificar si la relación entre las variables es correcta.

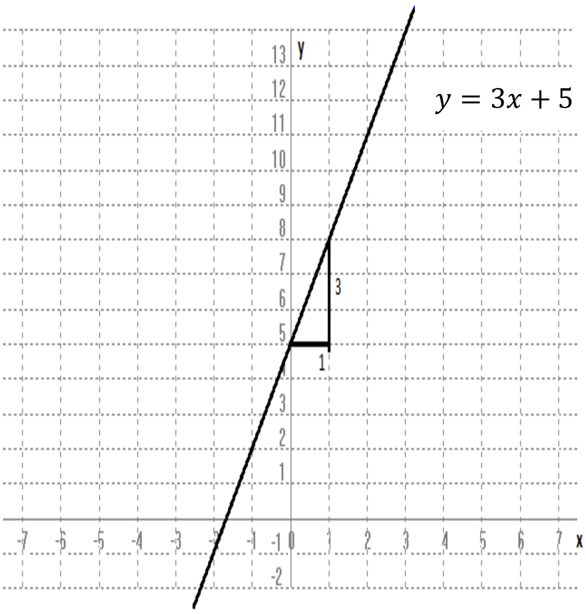
Reemplazando por el otro dato $\mathbf{125} = -17{,}5.\mathbf{4} + 195$

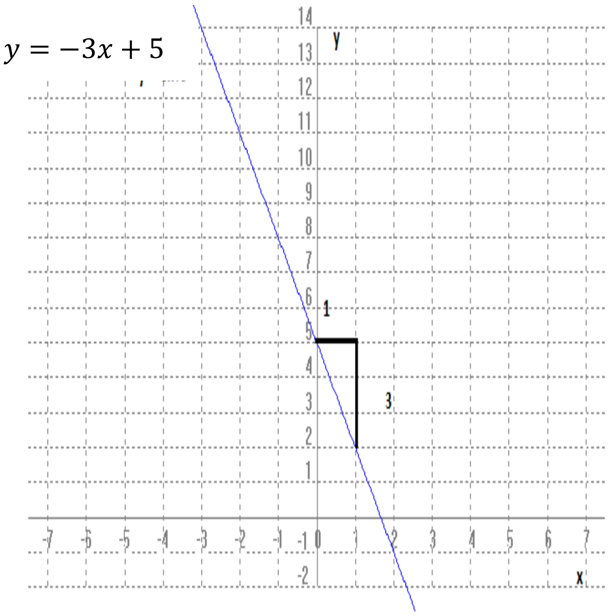
b) Interprete la pendiente.

La tasa respiratoria disminuye 17,5 (por minuto) por cada centímetro que aumente el largo de la lana.

22. ***¿Cuál es la diferencia en los datos en este caso con los del ejemplo anterior?***

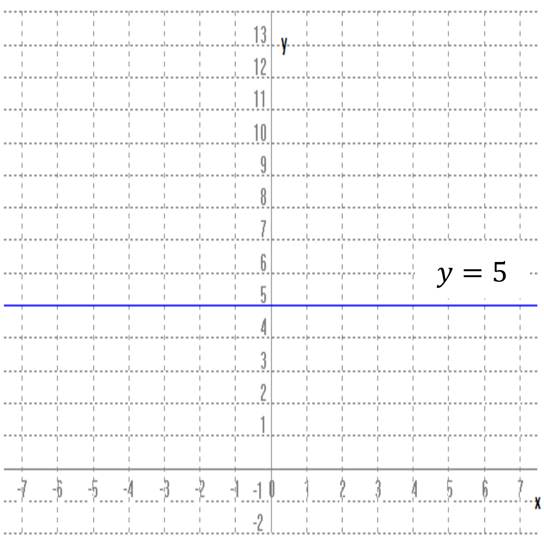
El valor de m indica gráficamente lo siguiente:

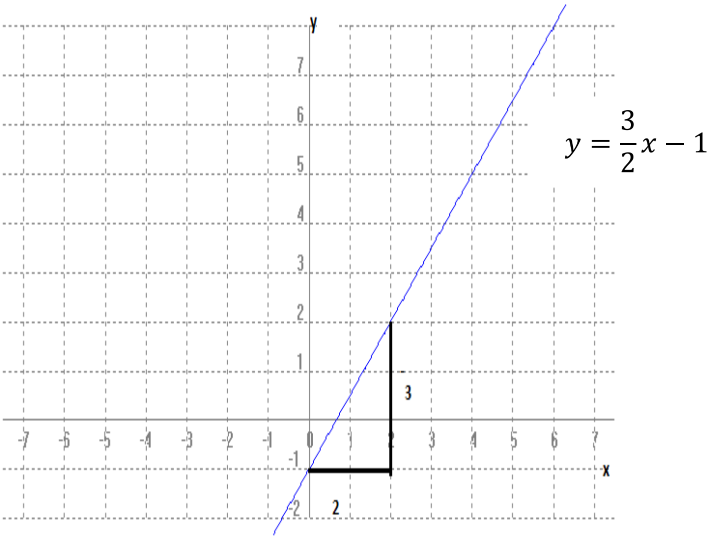




$m = 3$ los valores de $\boldsymbol{y}$ varían 3 unidades hacia arriba por cada unidad que aumenta $\boldsymbol{x}$.

$m = -3$ los valores de $\boldsymbol{y}$ varían 3 unidades hacia abajo por cada unidad que aumenta $\boldsymbol{x}$.





$m = 0$; los valores de ***y*** no varían, cuando ***x*** aumenta una unidad.

$m = 3/2$; los valores de ***y*** varían 3 unidades hacia arriba cuando ***x*** aumenta 2 unidades.

Gráficamente ***m***, indica la cantidad de unidades que se desplaza la coordenada ***y*** (hacia arriba o hacia abajo) por cada unidad que se desplaza la coordenada ***x*** a la derecha.

Si hacemos $m = 0$ en $f(x) = m\,.\,x + b \rightarrow f(x) = 0\,.\,x + b \rightarrow f(x) = b$ siendo b la ordenada del punto en que la recta corta al eje y, por lo que recibe el nombre de ***ordenada al origen.***

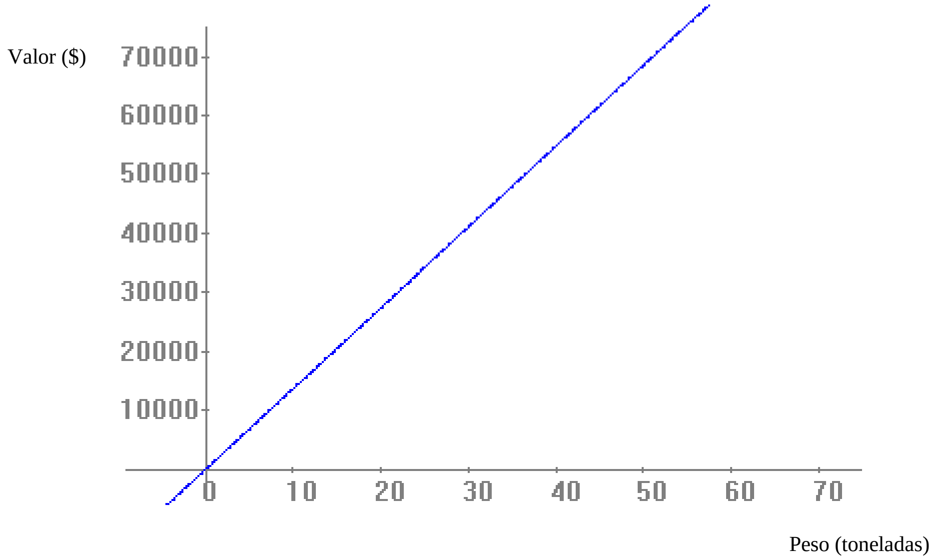
En los casos que la ordenada al origen ***es cero.***

Ejemplo:

Según datos del día 5 de julio de 2012, se puede realizar la siguiente tabla del precio del girasol, por toneladas:

Peso (toneladas)	0	10	20	30	40	50
Valor ($)	0	13700	27400	41100	54800	68500

Realizamos la gráfica correspondiente llamamos a la variable independiente ***P*** (peso en toneladas) y a la variable dependiente ***V*** (de valor en pesos).



La ecuación de la función es: $V = 1370\,P$

Todos los puntos de la gráfica están alineados porque por cada tonelada que aumenta el peso, el precio se incrementa una misma cantidad $ 1370. La gráfica es una recta que pasa por el origen del sistema de coordenadas.

El valor por cada tonelada de girasol se lo llama ***constante de proporcionalidad.***

Su mayor o menor inclinación dependerá del coeficiente de la variable independiente, es decir, de la ***pendiente***.

En el ejemplo se ve que el valor depende del peso y que:

- al peso 0 corresponde valor 0.
- a doble de peso le corresponde doble de su valor.
- si el peso aumenta 10 tn. el valor aumenta 13700, cualquiera sea el peso de partida.

Podemos decir que el valor es proporcional al peso y que la función que los relaciona es una proporcionalidad directa. ***Su gráfica es una recta que pasa por el origen y la pendiente de la recta es el valor por unidad de peso.***

Observamos $\frac{68500}{50} = \frac{54800}{40} = \frac{41100}{30} = \frac{27400}{20} = \frac{13700}{10} = 1370$

Si se considera la recta de ecuación $y = mx$ y se toman en ella dos puntos $P(x_1;\, y_1)$ y $Q(x_2;\, y_2)$ distintos del (0,0); se verifica $y_1 = mx_1$ e $y_2 = mx_2$.

Se obtiene $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$ pero también $\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1}$ ó $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$

23. ¿*Qué nombre reciben esas igualdades*?

Hay alumnos que se encariñan tanto con la regla de tres, que hay algunos que para resolver cualquier problema atacan con la regla de tres.

Ejemplo

Genaro resolvió este problema:

Un niño de seis meses tiene dos dientes. ¿Cuántos dientes tendrá a los veinte años?

$$20\ años = 240\ meses$$

$$6 \ \_\_\_\_\_\_\_\_ \ 2$$

$$240 \ \_\_\_\_\_\_\_\_ \ x$$

Por lo tanto: $\frac{6}{240} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = \frac{2\ .\ 240}{6}$

$$x = 80\ dientes$$

¡Ay, Genarito quién te ha dicho que el número de dientes es proporcional a la edad!!!...

Lo más importante en cada problema es estudiar si existe la proporcionalidad…

Ejemplo:

El área de un cuadrado, ¿es proporcional a la longitud del lado?

Estudiemos la correspondencia entre la longitud del lado y el área del cuadrado:

longitud lado $\rightarrow$ área

Lado	área
1	1
2	4
3	9

$\frac{2}{3} \neq \frac{4}{9}$ pues $2\ .\ 9 \neq 4\ .\ 3$

No hay proporcionalidad; por lo tanto, no puede entonces aplicarse la regla de tres.

Hagamos otro intento modificando la tabla:

$Lado^2$	área
1^2	1
2^2	4
3^2	9

Quiere decir que existe correspondencia directamente proporcional entre el cuadrado del lado y el área. ¿Cuál es el coeficiente de proporcionalidad?

Ejemplo

Se sabe que la luz recorre los 150 millones de kilómetros que nos separan del Sol en 8 minutos 40 segundos. ¿Cuántos tarda entonces la luz en llegar a la Tierra desde una estrella que está a 189 216. 10^{12} kilómetros de nuestro planeta?

Distancia	Tiempo
$150 \,.\, 10^6$ km	8 min 40 seg
$189\,216 \,.\, 10^{12}$ km	x

$$\frac{150 \,.\, 10^6\, km}{189216 \,.\, 10^{12}\, km} = \frac{500\, seg}{x}$$

$$x = \frac{500\, seg \,.\, 189216 \,.\, 10^{12}\, km}{150 \,.\, 10^6\, km}$$

$$x = 630{,}72 \,.\, 10^6\, seg$$

Como cada día tiene 86400 segundos $(24 \,.\, 60 \,.\, 60)$ tendremos:

$$x = \frac{63072 \,.\, 10^4\, seg}{86400} = 0{,}73 \,.\, 10^4\, días = 7300\, días$$

$$x \cong 20\ \ años$$

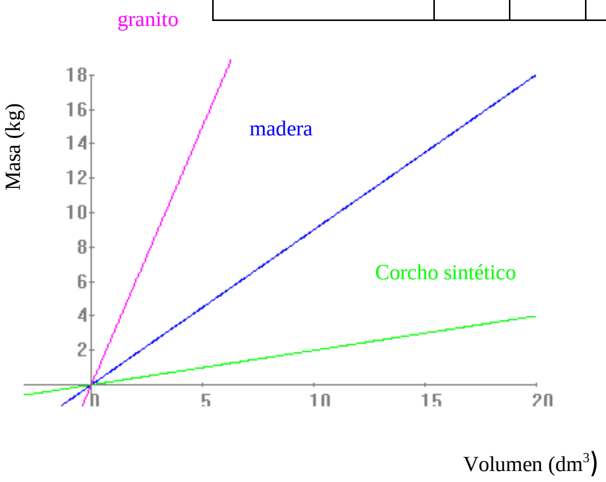
24. *Expresa brevemente en qué consiste la regla de tres simple*

Hay muchísimas magnitudes proporcionales que tú ya conoces.

Ejemplo

Para distintos trozos de un mismo material, la masa es proporcional al volumen, según se muestra en el gráfico, para la madera de pino:

Volumen (dm)	1	5	10	20
Peso (Kg)	0,9	4,5	9	18



La pendiente de la recta es en cada caso la densidad de la sustancia.

Para el caso de la madera $M = 0{,}9\, V$

La pendiente de la recta 0,9 es la densidad de la madera (masa por unidad de volumen).

$$\frac{M}{V} = 0{,}9\ kg/dm^3$$

Cuando se escribe la fórmula suele omitirse las unidades.

Si en vez de madera de pino hubiésemos tomado corcho sintético o granito, las rectas tienen menor y mayor pendiente respectivamente.

Función de ***Proporcionalidad directa***

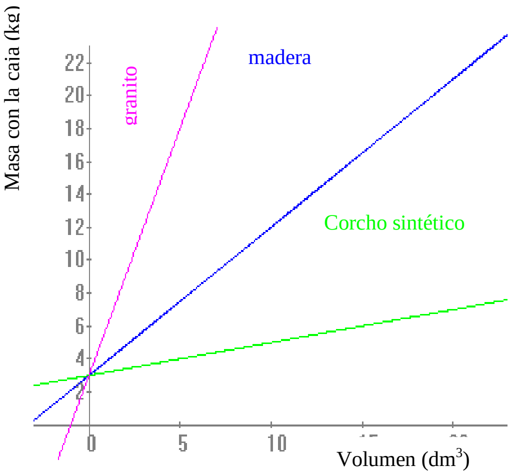
$$\boldsymbol{y = m\, x}$$

Constante de proporcionalidad ***Pendiente***

Las ecuaciones $y = m\,x$ representan rectas que pasan por el origen del sistema de coordenadas.

La inclinación de estas rectas viene dada por su pendiente: m

Las funciones de proporcionalidad $y = m\,x$ se convierten en funciones del tipo $y = mx + b$ con sólo cambiar el origen de unidades (punto de referencia) de la variable dependiente.



Si los trozos de madera de pino que veíamos en el ejemplo de magnitudes proporcionales, los colocamos en una caja de 3 kg de masa, todas las masas aumentarán en 3 kg.

La ecuación que antes era $M = 0{,}9\,V$ se transforma en $M = 0{,}9\,V + 3$ y corresponde a la masa de la caja y su contenido, en función del volumen de madera considerado. Lo mismo ocurriría con las correspondientes al corcho sintético o granito.

Actividades de aprendizaje

79. En cada una de estas rectas, ¿cuál es la pendiente? ¿Cuál es la ordenada en el origen? Represéntalas.

a) $y = 5x - 2$

b) $y = 5 - 2x$

c) $y = 2x$

d) $y = -6x + 2$

e) $y = 3$

f) $-3y - 2 = 9x + 10$

80. Escribe la ecuación y dibuja la gráfica de la recta que tiene pendiente -4 y que pasa por el punto $(2;\ 1)$.

81. Se pone a calentar una sustancia y la fórmula que expresa la temperatura T (en grados centígrados) en función del tiempo t (en minutos) es :

$$T(x) = 25 + 15t \qquad \text{si } 0 \leq t < 10$$

a) Grafica la función.
b) ¿Cuál es la temperatura del líquido al comenzar la experiencia? ¿Qué dato indica esto en la fórmula de la función? ¿Por qué?
c) ¿Qué temperatura aproximada tendría la sustancia después de 5 minutos?
d) ¿En qué momento la temperatura de la sustancia fue de 150º C?
e) ¿Qué información da la pendiente en esta función lineal?

82. Simpson, Roe y Leworitin afirman que en la hembra de la culebra LAMPROPELTIS POLYZONA, la longitud total "***L***" es una función lineal de la longitud de la cola "*l*" con una gran aproximación.
El dominio es el intervalo desde 30 mm a 200 mm y la imagen es el intervalo desde 200 mm a 1400 mm. Dados los siguientes puntos:

$$l_0 = 60\,mm \qquad l_1 = 140\,mm$$
$$L_0 = 455\,mm \qquad L_1 = 1050\,mm$$

Encuentra la ecuación de L como una función de l representa sobre el plano cartesiano. ¿Cómo interpretas la inclinación de la recta?

83. Los siguientes datos dan las densidades, ***d*** (g/l) para una cierta cantidad de dióxido de carbono a diferentes presiones ***P*** (atm). La temperatura es constante a 0℃ .

d (g/l)	1,98	0,99	2,97	3,96	4,95	5,94
P (atm)	1	0,5	1,5	2	2,5	3

a) Representa gráficamente los valores de ***d*** en el eje de las ***y*** y los valores de ***P*** en el eje ***x.***
b) Determina la pendiente e interpreta.
c) Escribe la ecuación de la recta.
d) Calcule la densidad del dióxido de carbono a 2,35 atm y a 0℃ de temperatura. ¿Corresponde este valor al que se toma de la gráfica?

84. Te planteamos una nueva situación que figura en el libro "MATEMATICA: Un lenguaje cotidiano" de R. Wheeler y E. Wheeler.

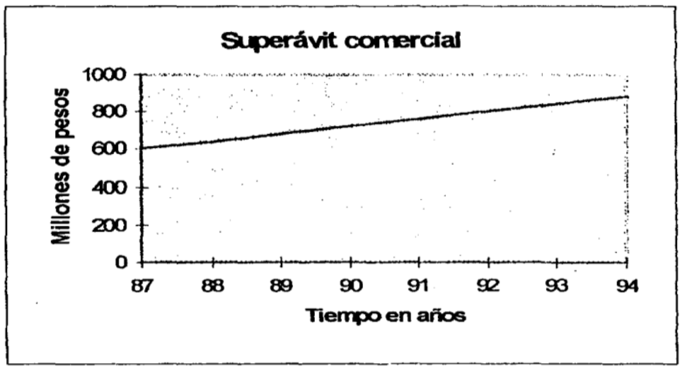
El número de veces que un grillo chirría por minuto está relacionado con la temperatura. De hecho $N = 4.(t - 40)$ es una función que muestra la relación entre *t* (la temperatura en ***F)*** y N (el número de chirridos por minuto). Por ejemplo, a una temperatura de 44º ***F***, un grillo chirría 16 veces por minuto. ¿Debajo de que temperatura deja Jimmy Grillo de chirriar? Representa gráficamente.

85. Se hizo un experimento para comprobar el efecto de una droga que reduce el nivel de colesterol en bovinos, en forma lineal a medida que se suministran dosis crecientes de la droga (entre 1 y 10 unidades diarias). La pendiente de la recta es:

a) nivel de colesterol sin suministrar la droga (dosis: 0 unidades).
b) nivel de colesterol promedio.
c) nivel de colesterol resultante del suministro de 10 unidades diarias.
d) disminución del nivel de colesterol como resultante del aumento diario de la dosis de la droga.
e) nivel de colesterol resultante del suministro de una dosis diaria.

86. Un economista elabora un gráfico de la función *P*, que indica el superávit comercial de la producción industrial y agropecuaria en millones de pesos:

Tiempo en años	87	88	89	90	91	92	93	94
Producción en millones de pesos	600	640	680	720	760	800	840	880

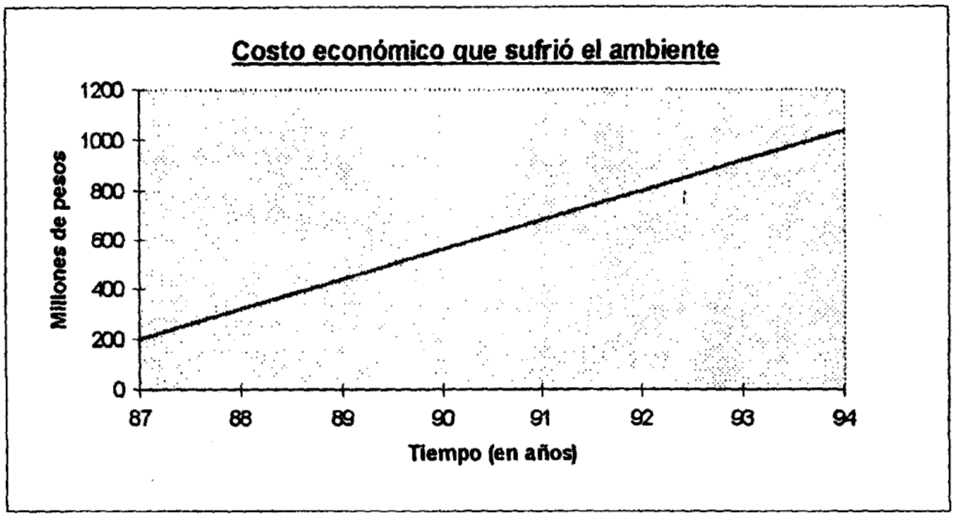


La función responde a la fórmula $P(t) = 40t - 2880$ *con* $87 \leq t \leq 94$. Comprueba que la fórmula es correcta.

87. Un ecólogo elabora el gráfico de la función C, que indica el costo económico que sufrió el ambiente por el desarrollo industrial y agropecuario en millones de pesos. Si la función que describe el fenómeno está dada por:

$$C(t) = 120t - 10240 \qquad con\ 87 \leq t \leq 94$$

La representación gráfica será la siguiente:



En toda actividad emprendida por el hombre se produce un deterioro del medio ambiente; por lo tanto, en cualquier actividad industrial o agropecuaria hay que evaluar el costo económico que se ocasiona al medio ambiente.

a) Con las informaciones dadas por el economista y por el ecólogo elabora la tabla y el gráfico de la función $\boldsymbol{S}$, que nos indique el superávit comercial de la producción industrial y agropecuaria y que incluya el costo económico que sufrió el ambiente por este desarrollo.
La función $\boldsymbol{S}$ será diferencia entre P y C: $\boldsymbol{S}(t) = P(t) - C(t)$

b) Analiza el gráfico de $\boldsymbol{S}$ y expresa una conclusión sobre las ganancias.

88. Esta tabla pertenece a una explotación del sur de la provincia de Santa Fe, sobre la evolución de una moderna empresa que inverna terneros.

Año	Cabezas/promedio
05	5946
06	6356

07	6800
08	7251
09	7769

Realiza dos gráficas. En la primera, que muestre que el aumento de las cabezas de ganado no es significativo, y en la segunda, que se observe que el aumento es significativo. ¿Qué opinas?

Porcentaje

Todo porcentaje viene dado respecto a una cantidad.

Recordemos primero sin tener en cuenta la cantidad.

Porcentaje es una fracción.

El 20% de una cantidad es su quinta parte:

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

Actividades de aprendizaje

89. Da la fracción correspondiente a los siguientes porcentajes:

a) 60% b) 75% c) 10% d) 200%

90. Da el porcentaje correspondiente a la siguientes fracciones:

$a)\ \frac{3}{2}$ $b)\ \frac{9}{10}$ $c)\ \frac{4}{5}$

25. ***Explica brevemente como lo resolviste***

Ejemplo

Según datos de la evaluación de la problemática del carbunclo bovino en verano:

25% de muestras analizadas	Significa que cada 100 animales, se analizaron 25.
23% de muestras positivas	Significa que cada 100 animales analizados 23 dieron positivo o sea aislamiento de *Bacillus anthracis.*

Cálculo del tanto por ciento de una cantidad

Para calcular el 12% de 3000 se puede proceder así:

$$\frac{12}{100} \,.\, 3000 = 0{,}12 \,.\, 3000 = 360$$

o de este otro modo: $\frac{12}{100} = \frac{x}{3000}$ por lo tanto: $x = \dfrac{12.3000}{100} = 360$

¿*Cuál es el tanto por ciento*?

De una población de 3000 animales contraen una enfermedad 360. ¿Qué porcentaje de animales enfermos hay?

O sea que lo que queremos calcular es cuántos de cada 100 están enfermos

$$\frac{360}{3000} = \frac{x}{100} \text{ por lo tanto } x = \frac{360\,.\,100}{3000} = 12$$

o de este otro modo $\dfrac{360}{3000}$= 0,12 y multiplicamos por 100 mentalmente para dar la respuesta : hay el 12 % de animales enfermos.

Actividad de aprendizaje

91. Si al realizar el control de servicio en 870 vacas, se observa que 783 están preñadas. Se quiere calcular por cada 100 vacas cuántas están preñadas.

Disminuciones porcentuales

Se anuncia la rebaja de un 15% en una veterinaria. ¿Cuál será el precio rebajado de un producto que cuesta $ 42?

Teniendo en cuenta que cada $100 del precio, la rebaja será de $ 15; o sea el precio rebajado es $ 85, significa que hay que pagar el 85%.

Se calcula: $0{,}85 \,.\, 42 = 35{,}7$

El precio rebajado es $ 35,70

Completa:

Disminuir una cantidad en un a% equivale a calcular el $(100 - \ldots.)\%$ de dicha cantidad.

Si el dato es la cantidad rebajada procedo así:

He pagado $ 35,70 por un artículo que estaba rebajado un 15%. ¿Cuál era el precio antes de ser rebajado?

Puedo plantear la siguiente ecuación

$$0{,}85 \,.\, x = 35{,}70$$

$$x = 35{,}70 : 0{,}85 = 42$$

El precio sin rebajar es de $ 42.

Aumentos porcentuales

Las reservas de agua de cierta región, estimadas hace un mes en 260 hm^3, han aumentado con las últimas lluvias en un 15%. ¿Cuáles son las reservas actuales?

O sea que por cada 100 hm^3 que había hace un mes hoy hay 115 hm^3, significa que hay que calcular el 115%

Se calcula: $1{,}15 \,.\, 260 = 299$

Las reservas actuales son de 299 hm^3.

Completa:

Aumentar una cantidad en un a% equivale a calcular el $(\mathbf{100} + \ldots..)\%$ de dicha cantidad.

Si el dato es la cantidad aumentada procedo así:

Las reservas de agua de cierta comunidad han sufrido en el último mes un aumento de un 15%. Si actualmente se cifran $299\ hm^3$, ¿cuáles eran las reservas hace un mes?

Puedo plantear la siguiente ecuación:

$$1{,}15\,.\,x\ =\ 299$$

$$x = 299 : 1{,}15 = 260$$

Las reservas anteriores eran de $260\ hm^3$.

Actividades de aprendizaje

92. Completa:

¿Por qué número debes multiplicar una cantidad para ...

a) ... aumentarla en un 35%?.   Por.........

b) ... aumentarla en un 6%?.   Por.........

93. Completa:

¿Por qué número debes multiplicar una cantidad para...

a) ... disminuirla en un 35%?.   Por.........

b) ... disminuirla en un 6%?.   Por.........

94. Teniendo en cuenta el ejemplo dado al comienzo del tema porcentaje sobre la problemática del carbunclo bovino en verano.

Completa:

………….. % de muestras no analizadas.

………… % de muestras negativas.

95. Completa:

a) En 500 ha. de campo hay 450 ha. sembradas, entonces el porcentaje del campo sembrado es del ……….. %.

b) Al dueño de una finca después de vender el 15% de su tierra, aún le quedan 204 ha. Tenía originalmente ……………. ha.

Para poder calcular mentalmente:

Queremos saber qué porcentajes es 20 de 40.

$$40 \Leftrightarrow 20$$

$$100 \Leftrightarrow x$$

$$\frac{40}{100} = \frac{20}{x} \quad \text{o sea que} \quad x = \frac{20\,.100}{40} = 90 \quad \Rightarrow \quad x = 50$$

O sea que 20 es el 50% de 40.

Observa que:

20 es la mitad de 40

⇒ 20 es el 50% de 40.

50 es la mitad de 100

Actividades de aprendizaje

96. Completa con los números que correspondan:

6 es la cuarta parte de 24

⇒ 6 es el …… % de 24

…… es la cuarta parte de 100

11 es la quinta parte de 55

⇒ 11 es el …… % de 55

…… es la quinta parte de 100

97. Calcula mentalmente y completa con los números que correspondan:

a) 32 es el ………. % de 64.
b) 42 es el ……….. % de 420.
c) 7 es el ………….. % de 35.
d) 23 es el ………..% de 92.
e) 28 es el …………% de 28.
f) 1,5 es el ………… % de 15.

Ejemplo

Queremos calcular el 20 % de 80.

Planteamos la situación:

$$100 \Leftrightarrow 20$$

$$80 \Leftrightarrow y$$

$$y = \frac{80\ .\ 20}{100} = 16$$

Por lo tanto 16 es el 20 % de 80.

Observa que:

$$\left.\begin{array}{c}\text{20 es la quinta parte de 100}\\ \text{16 es la quinta parte de 80}\end{array}\right. \Rightarrow \text{20\% de 80 es 16}$$

Actividades de aprendizaje

98. Completa con los números que correspondan:

$$\left.\begin{array}{c}\text{25 es la cuarta parte de 100}\\ \text{... ... es la cuarta parte de 60}\end{array}\right. \Rightarrow \text{el 25\% de 60 es ... ...}$$

$$\left.\begin{array}{c}\text{10 es la décima parte de 100}\\ \text{... ... es la décima parte de 300}\end{array}\right. \Rightarrow \text{el 10\% de 300 es ... ...}$$

99. Calcula mentalmente y completa con los números que correspondan:

a) El 10% de 500 es ……
b) E1 25% de 2400 es ………..
c) El 20% de 30 es ……..
d) E1 50% de 42 es …………….
e) E1 100% de 1280 es ……….

100. ¿Cuáles de las siguientes formulaciones con números fraccionarios expresan:

a) el 25% de 5?

$\frac{25}{100} + 5$	$\frac{25}{100} . 5$	$5 : \frac{25}{100}$
$5 . \frac{25}{100}$	$\frac{25}{100} : 5$	$\frac{1}{4} . 5$
$\frac{1}{4}$	$0{,}25\ .\ 5$	$1{,}25$

b) el 20% de 28?

$\frac{20}{100} + 28$ $\quad$ $\frac{22}{100} . 28$ $\quad$ $28 : \frac{20}{100}$

$28 . \frac{20}{100}$ $\quad$ $\frac{20}{100} : 28$ $\quad$ $\frac{1}{5} . 28$

$\frac{28}{5}$ $\quad$ $0,20 . 28$

101. Se calcula $\frac{1}{\mathrm{a}} . \mathrm{B} =$

a) ¿Qué número debe ser *a* para que el producto $\frac{1}{a} . B$ sea:

i) e1 20% de B $\quad$ iii) e1 25% de B

ii) el l0% de B $\quad$ iv) el l00% de B

b) Si $a \in N$ y $a > 1$, ¿cómo es $\frac{1}{a} . B$ en comparación con B?

c) ¿Cómo debe ser ***C*** respecto de ***a*** para que $\frac{c}{a} . B$ represente:

i) el l0% de B? $\quad$ ii) más del l00% de B?

102. Por la venta de un terreno se ofrece un descuento del 10% si el pago es al contado, y sobre el precio con el descuento se efectúa un recargo del 5% en concepto de gastos de comisión.

- Ah!, entonces si lo compro al contado pago un 95% del precio original, exclamó Rodolfo.

¿Tiene razón Rodolfo? ¿Por qué?

103. La tierra tiene una superficie total de 510 millones de kilómetros cuadrados y de ese total, 361 millones de kilómetros cuadrados están cubiertos por las aguas, explica la Bolsa de Comercio de Rosario. Según el Banco Mundial el total mundial de tierras cultivadas es de 13,8 millones de kilómetros cuadrados.

¿Qué porcentaje de la tierra firme representa este valor de tierra cultivada?

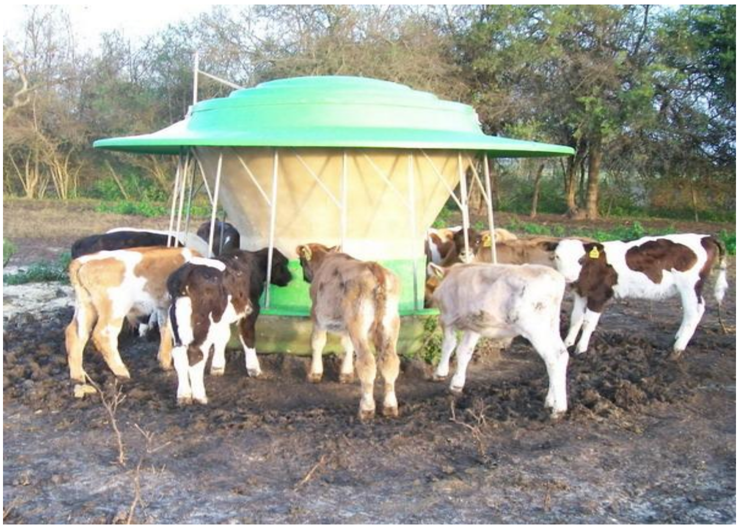
104. En una jaula hay 8 gallos y 12 gallinas. ¿Cuántas gallinas se deben ir para que el porcentaje de gallos presentes aumente en un 40%?

105. Un cierto fertilizante contiene 45% de harina de algodón, 35% de ácido fosfórico y 20% de nitrato de sodio. ¿Cuántos kilogramos de cada una de esas sustancias hay en 1 tonelada de fertilizante?

106. En una población de 6000 habitantes, el 35,5% son estudiantes. En otra población vecina de 7200 habitantes, el 15% son estudiantes. Si ambas poblaciones se unifican en un solo núcleo urbano, ¿qué porcentaje de estudiantes hay en la nueva población?

107. Un jamón de 5 kg. se compró a \$ 675 y se vendió al menudeo desgrasado a \$ 220 el kilogramo. ¿Cuál fue la ganancia si se perdió al desgrasarlo el 15% del peso?

108. Si se suplementan terneros de destete precoz con "FOSEL" 2 ml/50 kg. y "GORDAN" 1 ml/50 kg., se logrará un aumento de peso mayor al 15%. ¿Qué dosis se le deberá aplicar a un ternero de 120 kg.? ¿Cuál será el peso final aproximado?



109. En la semana finalizada el 20/07/2012 se comercializaron 27410 cabezas en el Mercado de Liniers. El precio promedio del novillo fue de \$ 8,32.- es decir, un 7,37% inferior al registrado la semana anterior. ¿Cuál fue dicho precio?

110. Complete:

En la proporcionalidad directa $y = k$ … … ; la gráfica es una: …………………...

111. Si $\boldsymbol{M}$ es directamente proporcional a $\boldsymbol{V}$. ¿Qué le sucede a un valor de $\boldsymbol{V}$ si el correspondiente de $\boldsymbol{M}$:

a) aumenta el doble?
b) disminuye la quinta parte?
c) se multiplica por 0,9?
d) se divide por 1,5?
e) disminuye la tercera parte?
f) se cuadriplica?

112. Si "$\boldsymbol{y}$" es directamente proporcional al cuadrado de "$\boldsymbol{x}$", que sucede con el valor de $\boldsymbol{y}$, si $\boldsymbol{x}$:

a) aumenta al doble.
b) disminuye a la mitad.

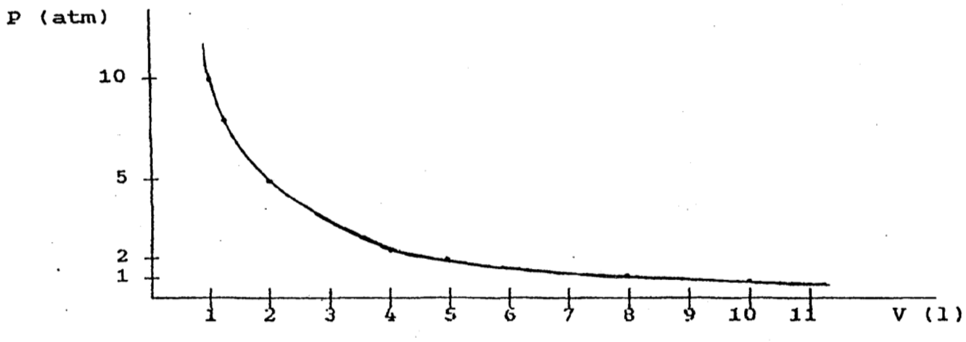
Proporcionalidad inversa

Ejemplo

Los siguientes datos dan el volumen en litros, ocupado por una masa dada de hidrógeno a diferentes presiones en atmósferas, cuando la temperatura es constante a 0°C.

Volumen (litros)	10	5	2	4	8	1
Presión (atm)	1	2	5	2,5	1,25	10

La representación gráfica es:



Observemos los siguientes productos de pares de elementos que se corresponden:

$10 \,.1 = 10;\;\; 5\,.\,2 = 10;\;\; 2\,.\,5 = 10;\;\; 4\,.\,2{,}5 = 10;\;\; 8\,.\,1{,}25 = 10;\;\; 1\,.\,10 = 10$

O sea $V = 10\; litros\,.\,atm$

$$p = \frac{10}{V}\; litros\,.\,atm$$

$$V = \frac{10}{p}\; litros\,.\,atm$$

O sea que la presión y el volumen son inversamente proporcionales.

O bien puede decirse que la presión es inversamente proporcional al volumen.

O que el volumen es inversamente proporcional a la presión.

Por lo tanto, la ***proporcionalidad inversa*** puede simbolizarse con:

$y\,.\,x = k$ (k constante de proporcionalidad)

ó $y = \dfrac{k}{x}$ siendo $k \neq 0$ y $x \neq 0$

Se leen: ***x*** es inversamente proporcional a ***y***,

y es inversamente proporcional a ***x***,

x e ***y*** son inversamente proporcionales.

Si tenemos dos pares de elementos de una proporcionalidad inversa:

$$(x_1;\; y_1) \qquad \text{y} \qquad (x_2;\; y_2)$$

Se cumple:

$$\boxed{\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_1}{y_2}}$$

Esta propiedad puede usarse para la resolución de problemas.

Actividades de aprendizaje

113. La ley de gravitación universal establece que dos cuerpos cualesquiera se atraen con una fuerza directamente proporcional a sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de su distancia.

Ello se expresa mediante la fórmula: $F = \frac{m_1 \,.\, m_2}{d^2}$

a) ¿Qué ocurre con la fuerza si se duplica m_1?

b) ¿Qué ocurre con $\boldsymbol{F}$ si se triplica m_2?

c) ¿Por qué número queda multiplicado $\boldsymbol{F}$, si “$\boldsymbol{d}$” se divide por 4?

114. Un medicamento se proporciona cada 5 días. Si es necesario aumentar la dosis (sin aumentar cada toma) en 1/4 de la dosis mensual. ¿Cada cuántos días hay que proporcionarla?

115. Para ensobrar una cantidad de semillas se emplean 210 sobres con 4 gr. cada uno. ¿Cuántos gramos en cada sobre deben ponerse para utilizar 120 sobres?

116. Un ganadero tiene suficiente forraje como para alimentar a sus 180 ovejas durante 35 días. Si compra 30 ovejas más, ¿cuántos días podrá alimentar a todas con la misma cantidad de forraje y sin cambiar la ración diaria?.

117. Completa para que la expresión resulte verdadera: $I = \frac{k}{d^2}$

donde: ***I*** (intensidad de iluminación)
d (distancia)
k (constante de proporcionalidad)

“La intensidad de iluminación es inversamente ……………………………….

118. El número de reses de distintos pesos que pueden embarcarse en un vagón de ferrocarril de 11 m de largo para ganado, es el siguiente:

Peso promedio (kg)	135	180	225	270	315	360	405	450
Número de cabezas	60	50	42	37	33	30	27	25

El número de cabezas: ¿es directamente proporcional al peso?
¿es inversamente proporcional al peso?

119. Se tienen 2400 litros de herbicida y se desea fraccionarlo en envases que sean **todos de la misma capacidad.**
Completa la siguiente tabla, que relaciona la capacidad de cada envase con la cantidad de envases a llenar. Si se dispone de envases de:

$$500\ cm^3, 20\ dl, 1000\ ml, 1{,}5\ dm^3, 10^{-2}\ kl, 5\ .\ 10^7\ mm^3\ 2500\ cl$$

Capacidad (litros)							
Cantidad de envases							

A modo de resumen, para tener en cuenta cuando se hacen …

Lectura de fórmulas

La *proporcionalidad directa* y la *proporcionalidad inversa* tienen mucha aplicación en el estudio de otras disciplinas.
Vimos que:

$$f(x) = kx \qquad\qquad f(x) = \frac{k}{x}$$

expresan respectivamente dichos tipos de proporcionalidad.

Según lo que hemos visto, estas fórmulas están llenas de significado.

- Si $y = k\ x$ podemos leer "***y*** es proporcional a ***x***" o "***x*** es proporcional a ***y***" o "***x*** e ***y*** son directamente proporcionales", con lo que podemos asegurar entre otras cosas:

- Si se multiplica a $\boldsymbol{x}$ por un número, $\boldsymbol{y}$ resulta multiplicada por ese mismo número.
- ***k** es una constante,* llamada constante de proporcionalidad o coeficiente de proporcionalidad.
- La representación gráfica es un conjunto de puntos alineados con el origen.

Análogamente, si $y = \frac{k}{x}$ podemos leer "***y*** es inversamente proporcional a ***x***", o bien, "***x*** es inversamente proporcional a ***y***", o también "***x*** e ***y*** son inversamente proporcionales".

En este caso:

- Si se multiplica a ***x*** por un número, ***y*** resulta dividida por ese mismo número y recíprocamente.
- *k es la constante de proporcionalidad.*
- La representación gráfica de $y = \frac{k}{x}$ es una ***hipérbola.***

En Física, encontrarás muchas fórmulas de estos tipos:

$F = m\,.\,a$ La fuerza es proporcional a la aceleración.

$v = a\,.\,t$ La velocidad es proporcional a la aceleración.

$\rho = \frac{k}{V}$ La presión es inversamente proporcional al volumen.

En otras oportunidades encontrarás expresiones como las siguientes:

$e = k\,.\,t^2$ El espacio es proporcional al *cuadrado* del tiempo.

$T = k\,.\sqrt{l}$ El período ***T*** es proporcional a la raíz cuadrada de la longitud.

$I = \frac{k}{d^2}$ La intensidad de iluminación es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

Cuidado! No debes sacar conclusiones apresuradas.

Si $e = k\,.\,t^2$ ¿Qué ocurre con ***e*** si multiplicamos a ***t*** por un número ***b***?

Construyamos la tabla de valores:

T	*e*
1	*k*

2	4 *k*
2	9 *k*
4	16 *k*
5	25 *k*
6	36 *k*

Cuándo multiplicamos a ***t*** por un número ***b***, la cantidad correspondiente queda multiplicada por el cuadrado de ***b***.