2018

MATERIAL DE APOYO

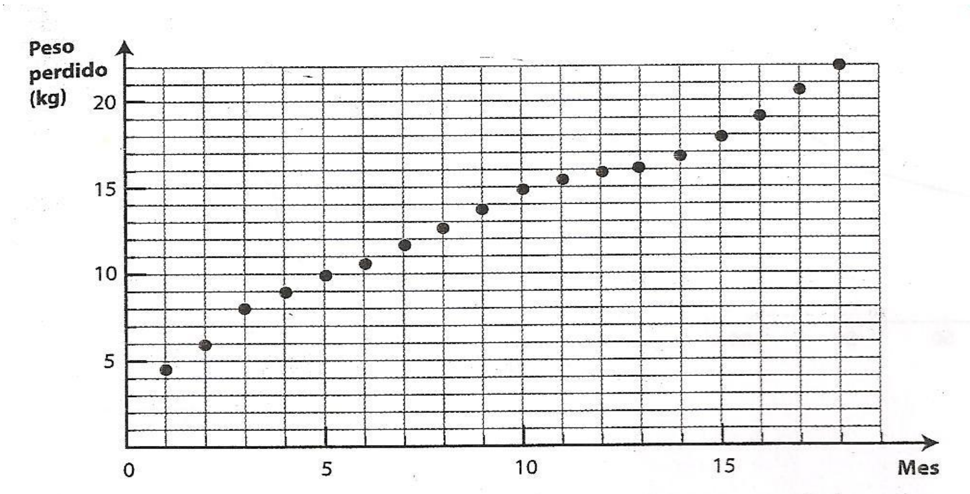
ÁREA: Matemática

PROGRAMA ARTICULATORIO

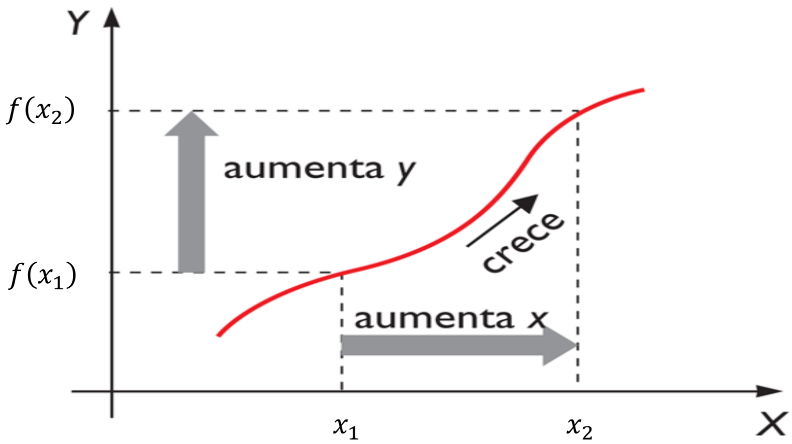
Crecimiento y decrecimiento de una función

La dieta

En el gráfico se muestra la forma en que un paciente fue perdiendo peso a partir del momento en que inició el tratamiento.

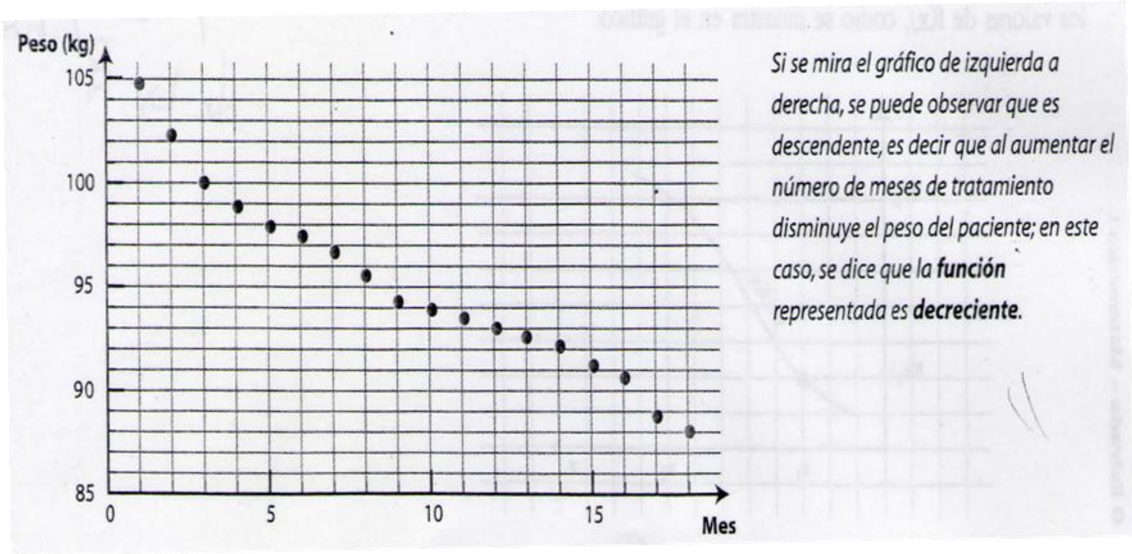


En general, una función $f: A \to R$ (A es un intervalo de R) se dice que es ***creciente*** si al aumentar los valores de la variable x también aumentan los valores de $f(x)$, como se

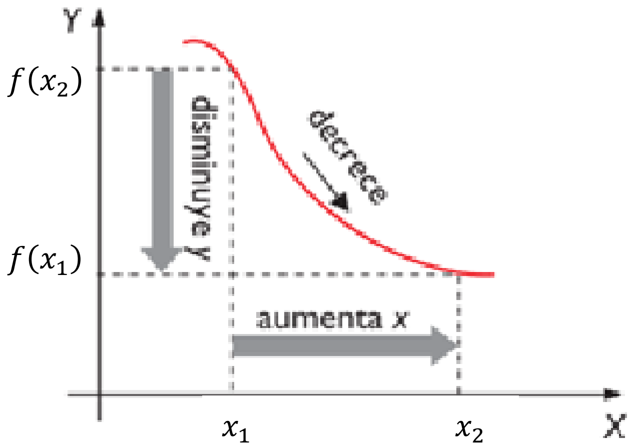


f es ***creciente*** si se verifica que $x_1 < x_2$; entonces $f(x_1) \leq f(x_2)$ donde x_1 y x_2 son valores cualesquiera del dominio de ***f***.

El gráfico muestra la evolución del paciente mencionado anteriormente, respecto a los meses que lleva de tratamiento:



En general, una función $f: A \to R$ (A es un intervalo de R) se dice que es ***decreciente*** si al aumentar los valores de ***x*** disminuyen los valores de $f(x)$, es decir:

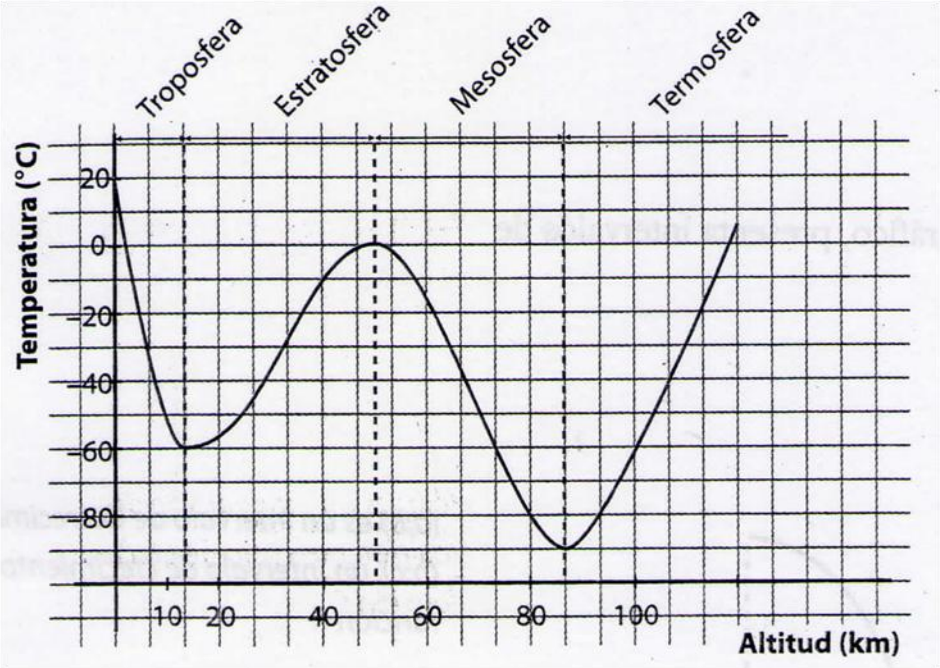


f es ***decreciente*** si se verifica que $x_1 < x_2$; entonces $f(x_1) > f(x_2)$ donde x_1 y x_2 son valores cualesquiera del dominio de ***f***.

No todas las funciones numéricas son crecientes o decrecientes, algunas presentan intervalos donde se combinan las dos cosas.

Variación de la temperatura.

El siguiente gráfico representa la temperatura atmosférica en función de la altitud:



Se observa que la temperatura crece en algunos intervalos y decrece en otros.

La función alcanza el mínimo absoluto en un valor interior al intervalo $[0; 120]$ *y el máximo absoluto, en uno de los extremos.*

Se disponen los datos en la siguiente tabla:

Altitud	de 0 a 13 km	de 13 a 50 km	de 50 a 87 km	de 87 a 120 km
Temperatura	decrece	crece	decrece	Crece

En los intervalos $(13; 50)$ y $(87; 120)$, la temperatura ***crece***; estos son los ***intervalos de crecimiento*** de la función.

En los intervalos $(0; 13)$ y $(50; 87)$, la temperatura ***decrece***; estos son los ***intervalos de decrecimiento*** de la función.

Se puede observar en el gráfico que, para una altitud de 50 km., la temperatura alcanza un valor que es mayor que todos los que corresponden a altitudes "próximas".

Se dice que, en ese valor, la función alcanza un ***máximo local*** o ***relativo***.

Por otro lado, para una altitud de 13 km., la temperatura alcanza un valor que es menor que todos los que corresponden a altitudes "próximas", lo mismo sucede para una altitud de 87 kilómetros.

Se dice que, en cada uno de esos valores, la función alcanza un ***mínimo local*** o ***relativo***.

A una altura de 0 km., la temperatura es mayor que en todas las demás latitudes. Se dice que, en ese valor, la función alcanza un ***máximo absoluto***.

También se observa que a 87 km. de altitud, la temperatura es menor que en todas las demás altitudes de la atmósfera.

Se dice que, en ese valor, la función alcanza un ***mínimo absoluto***.

Actividades de aprendizaje

62. De acuerdo con el gráfico anterior:

a) Indicar cuáles son las temperaturas correspondientes a los máximos y a los mínimos relativos.

b) ¿Cuál es la temperatura máxima de la atmósfera?

c) ¿Y la mínima?

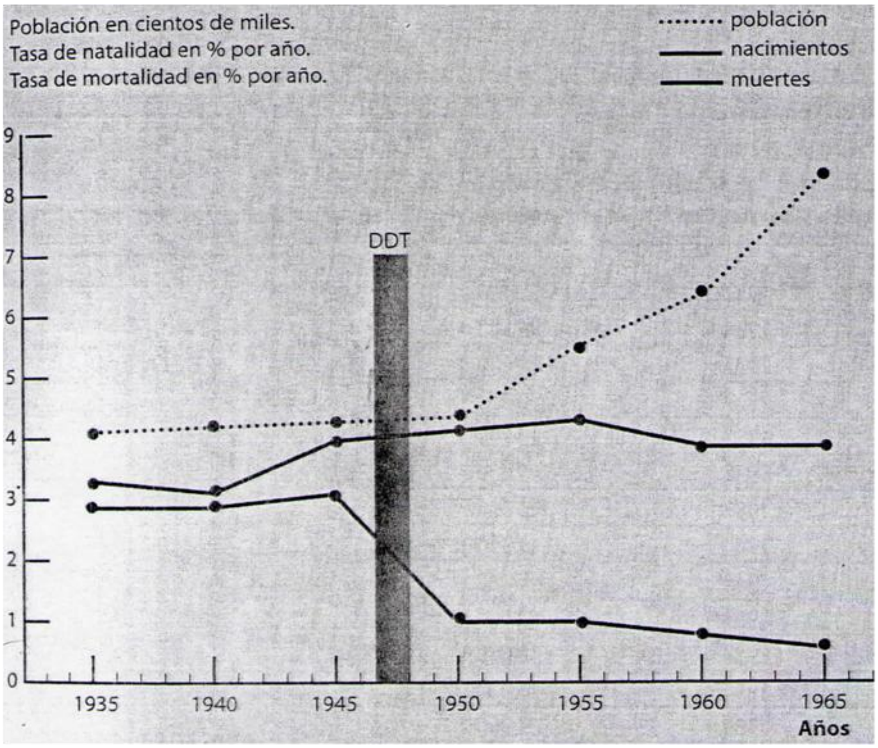
63. Se cuenta con los siguientes datos de otro paciente:

- Comenzó el tratamiento con 98 kg. de peso.
- El tratamiento tuvo una duración de 10 meses.
- Rebajó 4 kg. el primer mes, 3kg. el segundo, $2\frac{1}{2}$ kg. el tercero, y luego, a razón de 1 kg. por mes.

Hacer un gráfico del peso que perdió mes a mes.

64. El gráfico muestra la evolución de las variables población, tasa de natalidad y tasa de mortalidad de la población de mosquito transmisor del paludismo, correspondiente a la isla Mauricio, durante el período 1935-1965.

Interesa estudiar los efectos de la erradicación casi completa del mosquito transmisor del paludismo, con la aplicación de un insecticida conocido como DDT. El ancho de la barra vertical abarca el período 1946-1948; en el que se eliminó el mosquito de la isla.



La población se mide en cientos de miles y las tasas de natalidad y mortalidad en porcentaje por año. Se eligieron las escalas para que coincidan los números asignados sobre el eje vertical; este es un recurso que se suele utilizar para representar en un mismo gráfico datos de distinta naturaleza y referidos a la misma variable (*en este caso, años que se quieren relacionar entre sí*).

a) Analizar la curva correspondiente a la variable población, antes y después del período 1946-1948. Indicar qué efectos tuvo la erradicación del paludismo en dicha variable.

b) ¿En cuánto aumentó la población desde 1950 hasta 1965?

c) ¿Qué sucedió con la tasa de mortalidad antes y después del período 1946-1948? ¿Y con la tasa de nacimientos?

d) ¿Qué se puede observar respecto de las diferencias entre las tasas de natalidad y mortalidad? ¿Cómo se puede relacionar el comportamiento de estas diferencias con la evolución de la variable población?

65. Se necesita estimar el número de habitantes que tendrá una localidad del interior del país a partir del año 2000, y se cuenta con la siguiente fórmula:

$$P(t) = 20 - \frac{6}{t+1}$$

con $t \geq 0$; t representa el número de años que transcurren a partir del 2000 y $P(t)$, el número de habitantes, expresado en miles.

a) Estimar el número de habitantes que tendrá la ciudad en el año 2000.

b) Estimar el número de habitantes para el 2001, 2002, … , etc., hasta llegar al año 2010.

c) ¿En qué año la población será de 19 000 habitantes? ¿Y de 19 500 habitantes?

d) Comprobar que, según las proyecciones de esta fórmula, la población nunca llegará a ser de 20 000 habitantes.

Para resolver estas dos últimas preguntas revisaremos las Ecuaciones en el próximo material